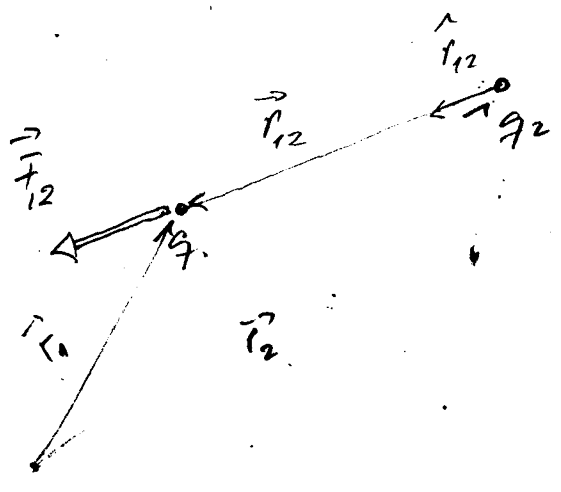
# Física II - Eletricidade e Magnetismo - Aula 2

- Vimos na aula anterior que há dois tipos de cargas (+ e -) e que cargas de mesmo tipo (sinal) se repelem, enquanto cargas de tipos distintos (sinais opostos) se atraem.
- Essa força de atração e repulsão depende da magnitude das cargas envolvidas e da distância entre elas
- Mais especificamente, a intensidade dessa força é dada por

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad k = 8.99 \times 10^9 \, N m^2/C$$

Modelo de cargas pontuais.




A força está na direção da reta que une as duas cargas.

$\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ (aquilo que somado o $\vec{r}_2$ dá $\vec{r}_1$)

$\hat{r}_{12} = \dfrac{\vec{r}_{12}}{|r_{12}|}$ vetor unitário na direção $\vec{r}_{12}$ com sentido de $\vec{r}_{12}$

Notação:

$\vec{F}_{12}$ - força que a carga 2 faz na carga 1

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12}$$

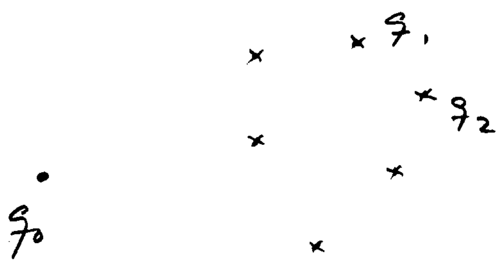
- Se $q_1$ e $q_2$ tiverem mesmo sinal $\vec{F}_{12}$ tem o sentido de $\hat{r}_{12}$
- Se $q_1$ e $q_2$ tiverem sinais opostos $\vec{F}_{12}$ tem sentido de $-\hat{r}_{12}$.

3ª lei de Newton: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

força que a carga $q_1$ faz sobre $q_2$.

força que a carga $q_2$ faz sobre $q_1$

Princípio de superposição:




$$\vec{F}_0 = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{0i} = \sum_{i=1}^{N} k \frac{q_0 q_i}{r_{0i}^2}\hat{r}_{0i} = k q_0 \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_{0i}^2}\hat{r}_{0i}}$$

força que atua em $q_0$ devido a todas as cargas

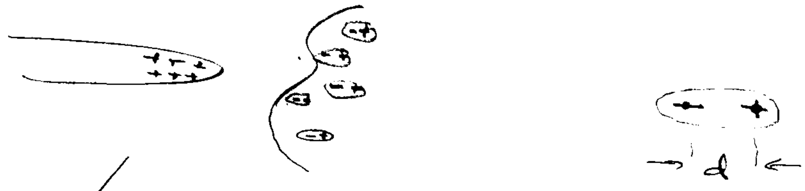
Note que é uma soma de vetores; é incorreto somar apenas as intensidades (módulos das forças)

$k \simeq 8{,}99 \times 10^{9} \frac{N m^2}{C^2}$

No SI é comum expressar $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ onde $\epsilon_0 \simeq 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N m^2}$

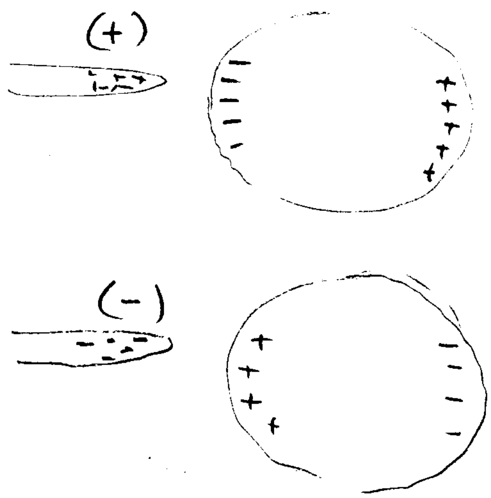
permissividade elétrica do vácuo.

Mencionamos o efeito de polarização induzida em isolantes. Essa polarização, como veremos, está associada à permissividade elétrica do meio.




O bastão carregado induz o aparecimento de dipolos elétricos no meio

Nos metais, os elétrons de condução têm carga negativa, e como são livres para se movimentar no condutor, eles se deslocam para as proximidades do bastão (se o bastão estiver carregado positivamente), ou para extremidade oposta (se o bastão estiver carregado negativamente), deixando um excesso de carga positiva onde eles saíram




Isto é <u>pictórico</u> apenas. Como veremos, em um condutor em equilíbrio eletrostático a distribuição da carga induzida deve ser tal que o campo elétrico no interior do condutor se <u>anule</u>

# Campo Elétrico

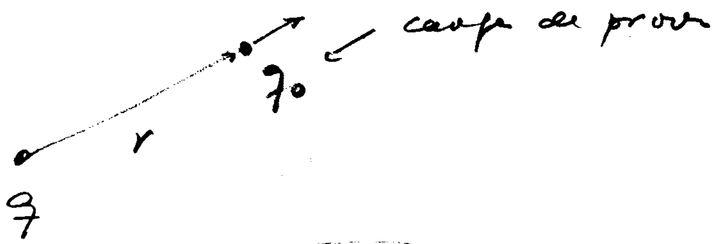
- Interação à distância
- Interação via campo.

Idéia: Uma carga elétrica gera um campo elétrico em todo o espaço; uma perturbação no espaço. A geração dessa perturbação em um dado ponto do espaço, distante dessa carga, não é instantânea. Ela se propaga muito rápido, mas não é instantânea.

carga gera campo $\longrightarrow$ uma segunda carga interage com esse campo e experimenta a força elétrica.

$$\vec{F} = k\frac{q_0 q}{r^2}\hat{r}$$

força que $q$ faz em $q_0$




$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad \text{ou} \quad \vec{F} = q_0\vec{E} \Longleftrightarrow \vec{E} = \frac{kq}{r^2}\hat{r}$$

$q$ gera o campo $\vec{E}$ e uma carga $q_0$ qualquer, na presença de um campo elétrico $\vec{E}$ sofre uma força

$$\boxed{\vec{F} = q_0\vec{E}}$$

Essa noção de campo é útil principalmente em eletrodinâmica, que estuda os fenômenos e efeitos elétricos associados à distribuição de cargas em movimento

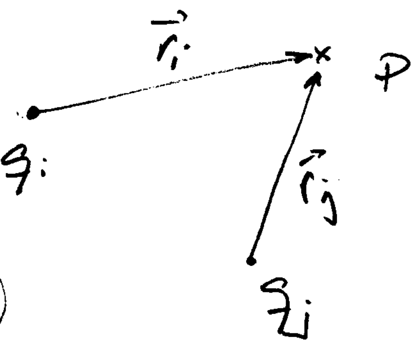
Campo elétrico tem unidade de $\frac{N}{C}$.

Campo gerado por um conjunto de cargas

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i$$

$\vec{E}_i$ campo gerado pela carga $q_i$

$$\vec{E} = \frac{k q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$$

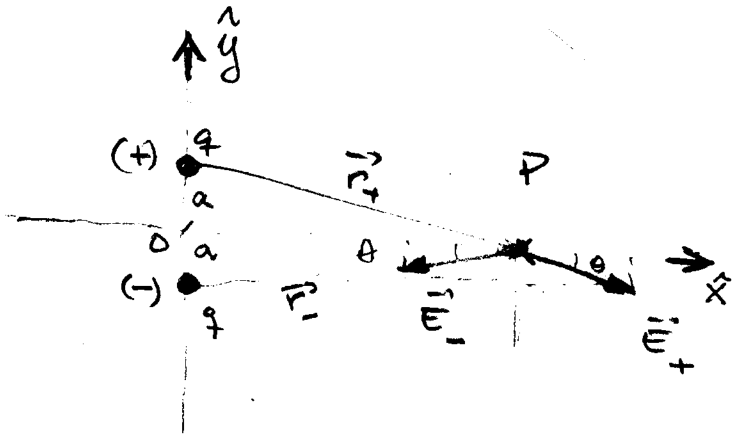



Mais uma vez soma de vetores

$\vec{r}_i \equiv$ posição do ponto P em relação à carga $q_i$

# Campo elétrico devido a um dipolo elétrico

Caso particular:




Duas cargas $+q$ e $-q$ separadas por uma distância $d = 2a$. Situadas no eixo $\hat{y}$

- Campo em ptos P situados no eixo $\hat{x}$.

$$\vec{E}_+ = \frac{kq}{r_+^2}\hat{r}_+ \qquad \vec{E}_- = \frac{kq}{r_-^2}\hat{r}_-$$

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- \qquad |\vec{r}_+| = |\vec{r}_-| = \sqrt{x^2+a^2} = r^2$$

Componente $\hat{x}$ do campo $\vec{E}$ é nula.

$$E_x = E_x^{(+)} - E_x^{(-)} \qquad |E^+| = |E^-| = \frac{kq}{r^2}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

Componente $\hat{y}$ do campo $\vec{E}$

$$E_y = E_y^+ + E_y^- = 2\frac{kq}{r^2}\sin\theta = \frac{2kq}{r^2}\frac{a}{r} = \frac{k\,2aq}{r^3}$$

$\sin\theta = a/r$

O produto $qd = 2aq$ = momento de dipolo elétrico

$$E_y = \frac{kp}{r^3} \qquad \vec{E} = -\frac{kp}{r^3}\hat{y} = -\frac{kp}{(x^2+a^2)^{3/2}}\hat{y}$$

Vamos supor que estamos interessados no campo gerado por esse dipolo para valores de $x >> a$.
(Lembre-se da polarização de um dielétrico: a separação entre as cargas é relativamente pequena, comparada com distâncias macroscópicas onde eventualmente estamos interessados em saber o efeito da polarização)

$$(x^2+a^2)^{3/2} = x^3\left(1+\frac{a^2}{x^2}\right)^{3/2}$$

Se $x >> a \Rightarrow \frac{a^2}{x^2} << 1$

$$(1+\epsilon)^n \sim 1 + n\epsilon + \frac{n(n-1)}{2!}\epsilon^2 + \ldots$$

Para valores de $\epsilon << 1$ podemos reter os termos de ordem mais baixa apenas.

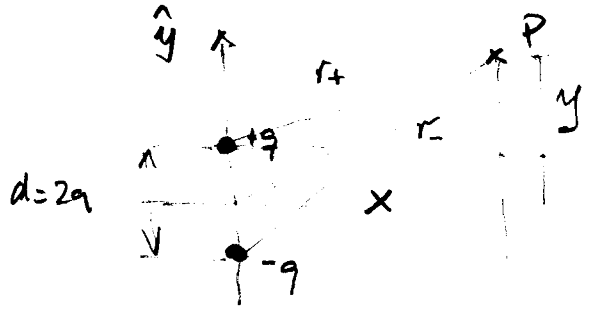
$$\vec{E} = -\frac{kp}{x^3}\left(1+\frac{a^2}{x^2}\right)^{-3/2}\hat{y} \simeq -\frac{kp}{x^3}\left(1-\frac{3}{2}\frac{a^2}{x^2}\right)\hat{y}$$

Em ordem mais baixa $\vec{E} = -\frac{kp}{x^3}\hat{y}$.

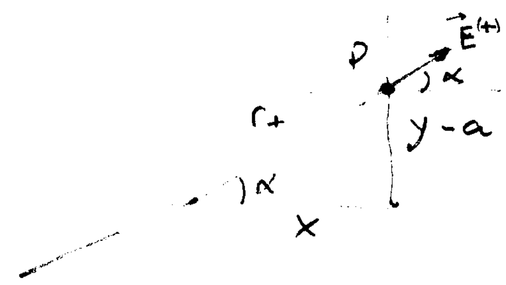
$$\boxed{\text{Campo de um dipolo elétrico cai com } \frac{1}{x^3} \text{ à medida que você se afasta do dipolo}}$$

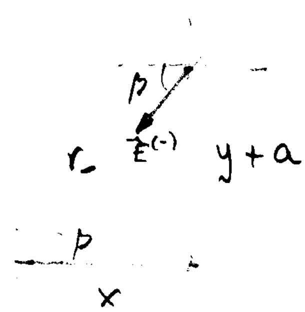
"Take home message"

Sugestão: Façam o problema 28.12 do Halliday: caso geral




Coordenadas do pto $P$: $(x, y)$




$\cos\alpha = \dfrac{x}{r_+}$ ; $\sin\alpha = \dfrac{y-a}{r_+}$

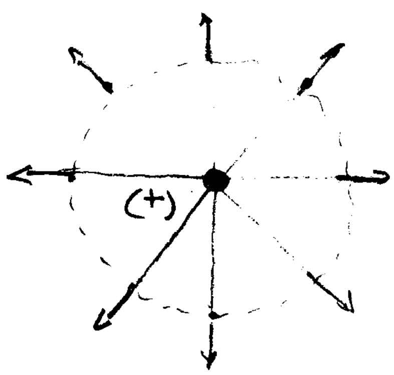
$\cos\beta = \dfrac{x}{r_-}$ ; $\sin\beta = \dfrac{y+a}{r_-}$

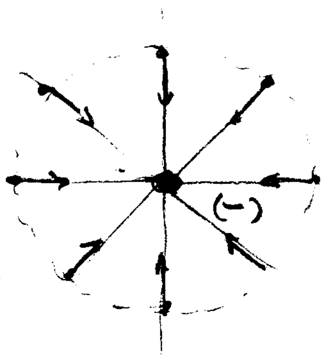
---

Linhas de campo.

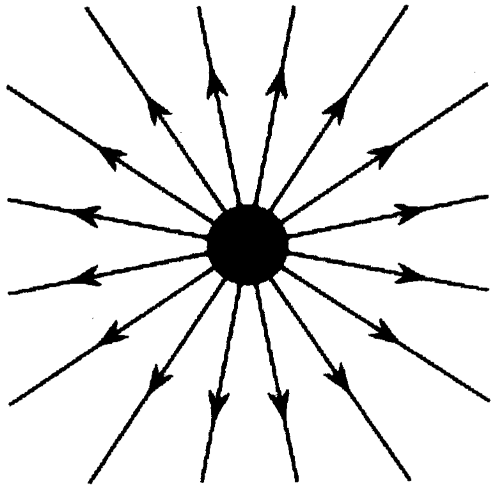
- Direção tangente é a direção do campo naquele ponto.
- # de linhas/unidade de área da seção reta (perpendicular às linhas) é proporcional à intensidade do campo.

Cargas pontuais

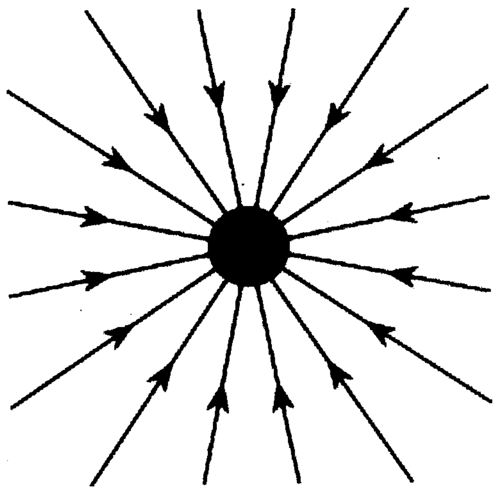


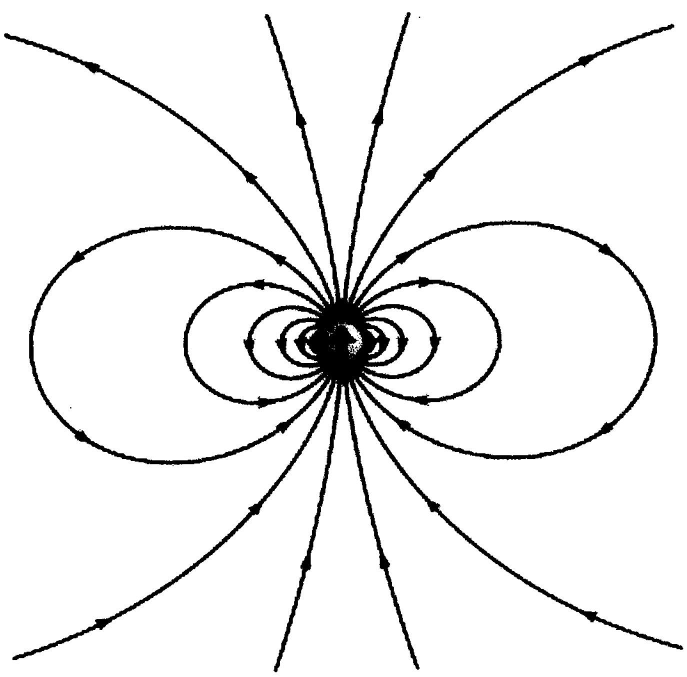
Linhas de campo: carga positiva



Linhas de campo: carga positiva



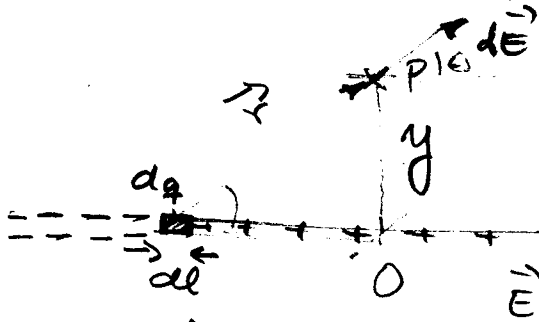
Linhas de campo: dipolo elétrico



Distribuição contínua de carga.

Fio infinito uniformemente carregado

Campo no pto P distando d do fio




soma dos componentes y

$\vec{E} = \sum d\vec{E} = \sum dE_x \hat{x} + \sum dE_y \hat{y} = \left(\sum dE_x\right)\hat{x} + \left(\sum dE_y\right)\hat{y}$

$d\vec{E} = \frac{k\,dq}{r^2}\,\hat{r}$

(soma de vetores) sobre todos os pedacinhos do fio.

soma das componentes x

Definimos uma densidade (no caso linear) de carga no fio $\lambda = \frac{dq}{dl}$ (quantidade de carga por unidade de comprimento do fio)

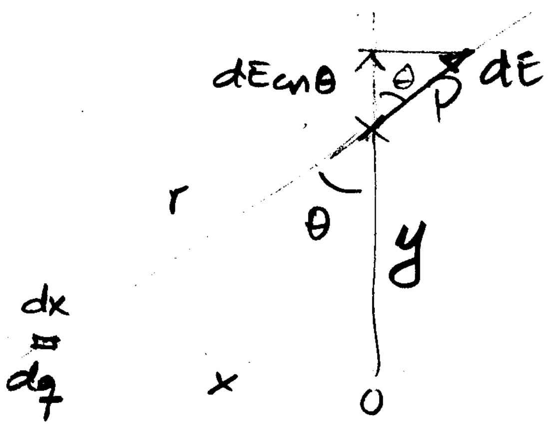
Considere $\lambda = c\underline{te}$ (distribuição de carga uniforme); em um segmento do fio de comprimento $dl$ existe uma quantidade de carga $dq = \lambda\, dl$.

Se $\lambda$ não depende de $x$, elementos do fio de mesmo comprimento têm a mesma carga

Por simetria a componente resultante (do campo total) deve ser $\perp$ ao fio; para cada elemento do fio à esquerda de P existe um outro à direita cuja contribuição cancela a componente do campo na direção $\hat{x}$ paralela ao fio.

A componente $\hat{y}$ da contribuição para o campo total, devido a esse elemento do fio de comprimento $dx$, situado na posição $x$, é dado por

$E_x = \sum dE_x \hat{x} = 0$




$\vec{E} = \sum d\vec{E}$

$$dE_y = dE\cos\theta = \frac{k\,dq}{r^2}\cos\theta = \frac{k\,dq}{r^2}\frac{y}{r} = \frac{k\,dq\,y}{r^3}$$

$\cos\theta = \dfrac{y}{r}$ $\qquad dq = \lambda dx$

$$\vec{E} = \underbrace{\left(\sum dE_x\right)\hat{x}}_{\text{Esta soma dá zero!}} + \left(\sum dE_y\right)\hat{y}$$

$$E = \int dE_y = \int_{-\infty}^{+\infty} k\lambda y \frac{dx}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$= k\lambda y \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$k = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{y}\hat{y}}$$

Substituição de variáveis $\quad x = y\,tg\,\theta$

$$dx = y\frac{1}{\cos^2\theta}d\theta$$

$$\left[x^2+y^2\right]^{3/2} = y^3\left[1+tg^2\theta\right]^{3/2} = y^3\frac{1}{\cos^3\theta}$$

$$E = k\lambda y \int \frac{\frac{\cancel{y}}{\cos^2\theta}}{\frac{y^{\cancel{3}}}{\cos^3\theta}}d\theta = \frac{k\lambda}{y}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\theta\, d\theta = \frac{k\lambda}{y}\sin\theta\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2}$$

$$\boxed{\vec{E} = k\frac{2\lambda}{y}\hat{y}}$$ Campo cai com $1/y$ e é $\perp$ ao fio